

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

# 30<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΜΕ ΔΙΕΘΝΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ  
Τα Μαθηματικά στην Εκπαίδευση,  
στην Τεχνολογία και στην Κοινωνία

Καρδίτσα, 8 - 9 - 10 Νοεμβρίου 2013

## Πρακτικά



Περιφέρεια Θεσσαλίας  
Περιφερειακή Ενότητα Καρδίτσας



Επιμελητήριο  
Καρδίτσας



ΣΥΝΔΙΟΡΓΑΝΩΣΗ:  
Δήμος Καρδίτσας

Οργάνωση:

Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία  
Παράρτημα ΕΜΕ Καρδίτσας

3. Bassein, S. 1996, "A Sampler of Randomness." Amer. Math. Monthly 103, 483-490. Bennett, D. J. 1998, Randomness. Cambridge, MA: Harvard University Press,.
4. Deak, I. 1990, Random Number Generators and Simulation. New York: State Mutual Book & Periodical Service.
5. Douglas R. Stinson, Cryptography: Theory and Practice (Discrete Mathematics and Its Applications), 1st edition, CRC Press, 434, 1995.
6. Fridrich Jessica, "Steganography in Digital Media" Cambridge University Press 2010.
7. Katos B.A. - Stefanidis G.C., Τεχνικές Κρυπτογραφίας & Κρυπτανάλυσης, ΖΥΓΟΣ, 396, 2003
8. Kolata G., "A mystery unraveled, twice" The New York Times, pages F1-F6, April 1998.
9. Krenn J.R., "Steganography and Steganalysis" January 2004.
10. Makris G., Antoniou I., 2012, "Cryptography with Chaos", 5th Chaos International Conference, 12-15 June 2012, Athens, Greece, p 309-317
11. Makris G., Antoniou I., 2012, "Cryptography with Entropy Producing Maps", 6th World Congress of NonLinear Analysts, IFNA 2012, 25 June - 1 July, Athens, Greece
12. Nastou P., Spyarakis P., Stamatiou J, 2003, Σύγχρονη Κρυπτογραφία (Μια ξέγνοιαστη διαδρομή στα μονοπάτια της), εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα
13. Poulakis D. 2004, Κρυπτογραφία - Η επιστήμη της ασφαλούς επικοινωνίας, εκδόσεις Ζήτη.
14. Schneier Bruce, Applied Cryptography, 2nd edition, Wiley, 758, 1996

## Le-MATH: ΜΑΘΑΙΝΟΝΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕΣΩ ΝΕΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ

Αλληλεπίδραση της διδακτικής των μαθηματικών με την εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών, την εξέλιξη της ψηφιακής τεχνολογίας, τις μαθησιακές δυσκολίες και τις ειδικές ικανότητες



Γρηγόρης Μακρίδης,

Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία και συνεργάτες\*,

makrides.g@ucy.ac.cy, cms@cms.org.cy, www.le-math.eu

Ευρωπαϊκό Έργο Le-MATH: Learning mathematics through new communication factors, 526315-LLP-2012-CY-COMENIUS-CMP

### Περίληψη

Πολλοί μαθητές, καθώς και γονείς, δυστυχώς θεωρούν τα μαθηματικά ως ένα θέμα δύσκολο και ανιαρό. Αντί να μελετούν μαθηματικά (και άλλα θέματα) πολλοί μαθητές προτιμούν να αφιερώνουν το μεγαλύτερο μέρος του χρόνου τους παρακολουθώντας διάφορα προγράμματα στην τηλεόραση ή παίζοντας ηλεκτρονικά παιχνίδια, ανταλλάσσοντας μηνύματα με το κινητό τους τηλέφωνο, ανταλλάσσοντας φωτογραφίες ή βίντεο κλπ. Ένας τρόπος να φέρουμε τους μαθητές πίσω στο «Παιχνίδι» της εκπαίδευσης είναι να χρησιμοποιήσουμε παρόμοια (όπλα) εργαλεία, με τους «αντίπαλους», δηλαδή η επικοινωνία στη μάθηση των μαθηματικών με ένα μη παραδοσιακό τρόπο, όπως ένα θεατρικό παιχνίδι ή μέσω διαγωνισμών παρόμοιων με το γνωστό X-Factor και άλλα. Το έργο Le-MATH, το οποίο χρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή με συντονιστή την Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία και 12 συνεργαζόμενους φορείς ανάλαβε τη δημιουργία αυτών των εργαλείων από τον Νοέμβριο του 2012 με

ολοκλήρωση τον Οκτώβρη του 2014. Σε αυτή τη δημοσίευση θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα του πρώτου έτους λειτουργίας του έργου.

### 1. Εισαγωγή

Πολλοί μαθητές ισχυρίζονται ότι τα μαθηματικά είναι πολλές φορές αφηρημένα και ως εκ τούτου απρόσιτα, έτσι το έργο αυτό χρησιμοποιεί μια τελειώς διαφορετική και νέα προσέγγιση καλώντας καθηγητές και μαθητές να εφαρμόσουν νέες μεθόδους επικοινωνίας στην εκμάθηση των μαθηματικών, που θα μπορούσαν να είναι διασκεδαστικές και απολαυστικές την ίδια στιγμή. Μια προσέγγιση που φέρνει νέες ιδέες στο πλαίσιο «μαθαίνω παίζοντας».

Αυτό το Ευρωπαϊκό έργο προτίθεται να αναπτύξει νέες μεθοδολογίες στην εκμάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών για μαθητές ηλικίας 9-18, και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε οποιοδήποτε σχολικό περιβάλλον. Επίσης θα κάνει την μάθηση πιο ελκυστική και απολαυστική για όλους τους μαθητές και θα ενισχύσει τις δεξιότητες των μαθητών για δημιουργική σκέψη. Οι μέθοδοι αυτοί θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και σε άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος καθώς και σε άλλες ηλικίες.

Οι εταίροι του προγράμματος προέρχονται από πανεπιστήμια, σχολεία, Μαθηματικές οργανώσεις, οργανισμούς, θεατρικά σχολεία, σχολεία καλών τεχνών και επιχειρήσεις.

Οι δραστηριότητες του έργου συμβάλλουν στο Εκπαίδευση και Κατάρτιση 2020 καθώς ενισχύει την δημιουργικότητα και την καινοτομία μεταξύ των νέων. Συμβάλλει επίσης στο ορόσημο για τα άτομα με μειωμένες επιδόσεις σε βασικές δεξιότητες (μαθηματικά και την επιστήμη) σε 15%. Προωθεί την ευρωπαϊκή συνεργασία σε σχολεία στον τομέα των ικανοτήτων, υποστηρίζοντας την βασική ικανότητα για τα μαθηματικά.

### 2. Στόχος

Στόχος του έργου αυτού είναι η ανάπτυξη της μεθοδολογίας στη διδασκαλία και την μάθηση των μαθηματικών με τη δημιουργία δύο κύριων εργαλείων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς. Τα εργαλεία θα δημιουργηθούν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για επιμόρφωση και κατάρτιση των εκπαιδευτικών που διδάσκουν μαθηματικά σε μαθητές ηλικίας 9-18.

Τα δύο εργαλεία είναι:

A. **MATHeatre**: Διδασκαλία και μάθηση μαθηματικών μέσω μαθηματικού θεάτρου

B. **MATHFactor**: Διδασκαλία και μάθηση μαθηματικών μέσω της επικοινωνίας των μαθηματικών

Αυτές οι νέες μέθοδοι αναμένεται να ανταγωνίζονται με τα σύγχρονα ενδιαφέροντα και δραστηριότητες που έχουν οι νέοι ηλικίας 9-18. Το έργο αναπτύσσεται μέσω εννέα πακέτων εργασιών. Παρακάτω περιγράφονται μερικά από αυτά.

### 3. Καλές Πρακτικές στον Ευρωπαϊκό Χώρο

Σε αυτό το πακέτο εργασιών πραγματοποιήθηκε μια συλλογή πρακτικών σε σχέση με το αντικείμενο, η οποία αναπτύχθηκε σε ηλεκτρονικό εγχειρίδιο (e-book) με δομή ευρετηρίου κατά πόσο αφορά την μέθοδο Α ή Β, αν είναι μελέτη, έκθεση, πρακτική, αξιολόγηση, βίντεο κ.α. Στο εγχειρίδιο αυτό μπορεί να βρει κανείς ότι έγινε ή γίνεται στον τομέα αυτό.

Το εγχειρίδιο σε τρέχουσα έκδοση βρίσκεται στην ιστοσελίδα του έργου [www.le-math.eu](http://www.le-math.eu)

### 4. MATHeatre

Το Μαθηματικό Θέατρο βασίζεται σε όλους του κανόνες θεατρικής παράστασης αλλά με αντικείμενο που να σχετίζεται με μαθηματικά και με πρωταγωνιστές μαθητές ηλικίας 9-18 ετών. Αυτό μπορεί να έχει όλες τις μορφές θεάτρου όπως δράμα, κωμωδία, μουσικοχορευτικό κ.α. Το αντικείμενο των μαθηματικών μπορεί να είναι οτιδήποτε μέρος αναλυτικού προγράμματος ή ιστορίας των μαθηματικών. Η δυσκολία βρίσκεται στη δημιουργία των διαλόγων των μαθητών «ηθοποιών» ώστε το αποτέλεσμα να δίνει ολοκληρωμένη μαθηματική γνώση.

Η αρχική έκδοση του εγχειριδίου οδηγιών «MATHeatre Guidebook» που δημοσιεύθηκε το Σεπτέμβρη του 2013 περιέχει περιγραφή διαδικασίας και δείγματα θεατρικών έργων έτοιμα για χρήση στο σχολικό περιβάλλον. Το έργο προκήρυξε διαγωνισμό συγγραφής τέτοιων έργων μέσω του οποίου θα δημοσιευθούν δείγματα στην ιστοσελίδα του έργου. Το έργο ανέπτυξε

επίσης έκδοση με τίτλο «Μαθηματικές Ιστορίες για Θέατρο» οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αυτό το σκοπό.

Κατά το δεύτερο έτος του έργου προκηρύχθηκε Ευρωπαϊκός διαγωνισμός με διεθνή συμμετοχή MATHeatre EUROPE 2014 στον οποίο καλούνται σχολεία ή οργανισμοί ή ομάδες μαθητών να συμμετάσχουν με θεατρική παράσταση διάρκειας από 5-12 λεπτών και με ελάχιστο αριθμό ηθοποιών 2 και μέγιστο 10. Στην πρώτη φάση, από Σεπτέμβρη 2013 μέχρι 7 Φεβρουαρίου 2014 οι συμμετέχοντες θα αναρτούν το Μαθηματικό Θέατρο σε u-tube μορφή στο διαδίκτυο, μέσω ειδικής πλατφόρμας. Μετά από πρώτη αξιολόγηση θα προσκληθούν οι καλύτεροι πέντε τουλάχιστο σε δύο διαφορετικές ομάδες ηλικιών, 9-13 και 14-18 για τον τελικό που θα γίνει στο πλαίσιο του μαθητικού συνεδρίου EUROMATH 2014, από 24-28 Απριλίου 2014.

Τα κριτήρια αξιολόγησης των έργων μαθηματικού θεάτρου είναι μέρος του εγχειριδίου οδηγού σε δύο μορφές, η μία για χρήση εντός σχολικής δραστηριότητας και η άλλη σε περίπτωση ανοικτού δημόσιου διαγωνισμού όπως το MATHeatre Europe 2014.

### 5. MATHFactor

Το MATHFactor είναι δραστηριότητα ατομικής επικοινωνίας των μαθηματικών, δηλαδή ο μαθητής καλείται να παρουσιάσει και να εξηγήσει μέσα σε μέγιστο χρόνο 3 λεπτών μαθηματικές έννοιες, θεώρημα, εφαρμογή, ιστορία των μαθηματικών, ιδιότητες κ.α. με εκλαϊκευμένη μορφή ώστε να μπορεί να το καταλάβει και ο μη ειδικός ή ο πρωτομαθής μαθητής. Η παρουσίαση δεν χρησιμοποιεί εργαλεία προβολής και πίνακα αλλά αν χρειάζεται μικρά αντικείμενα που μπορεί να μεταφέρει ο μαθητής με το ένα χέρι.

Μια καλή παρουσίαση αξιολογείται για το μαθηματικό περιεχόμενο της, για τη σαφήνεια σε ότι αφορά την παρουσίαση των εννοιών και την πρωτοτυπία στην προσέγγιση ώστε να γίνουν οι μαθηματικές έννοιες κατανοητές και ενδιαφέρουσες και το ταλέντο που θα δείξει ο μαθητής στην προφορική του επικοινωνία και γλώσσα.

Η όλη προσέγγιση μοιάζει με το γνωστό τηλεοπτικό διαγωνισμό X-Factor αλλά γίνεται με αντικείμενα τα μαθηματικά. Η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί ως εκπαιδευτική δραστηριότητα εντός της σχολικής τάξης ή σε δημόσιο διαγωνισμό.

Κατά το δεύτερο έτος του έργου προκηρύχθηκε Ευρωπαϊκός διαγωνισμός με διεθνή συμμετοχή MATHFactore EUROPE 2014 στον οποίο καλούνται μαθητές να συμμετάσχουν με παρουσίαση διάρκειας 3 λεπτών μέγιστο. Στην πρώτη φάση, από Σεπτέμβρη 2013 μέχρι 7 Φεβρουαρίου 2014 οι συμμετέχοντες θα αναρτούν την MATHFactor παρουσίαση του/της σε u-tube μορφή στο διαδίκτυο, μέσω ειδικής πλατφόρμας. Μετά από πρώτη αξιολόγηση θα προσκληθούν οι καλύτεροι πέντε τουλάχιστο σε δύο διαφορετικές ομάδες ηλικιών, 9-13 και 14-18 για τον τελικό που θα γίνει στο πλαίσιο του μαθητικού συνεδρίου EUROMATH 2014, από 24-28 Απριλίου 2014.

Τα κριτήρια αξιολόγησης για την επικοινωνία των μαθηματικών τύπου MATHFactor είναι μέρος του εγχειριδίου οδηγού σε δύο μορφές, η μία για χρήση εντός σχολικής δραστηριότητας και η άλλη σε περίπτωση ανοικτού δημόσιου διαγωνισμού.

### 6. Πειραματισμός και Αξιολόγηση

Ο πειραματισμός και αξιολόγηση θα γίνει σε διάφορες φάσεις και επίπεδα.

MATHeatre EUROPE 2014

MATHFactor EUROPE 2014

Η όλη προσπάθεια θα πειραματιστεί σε επίπεδο διεθνούς διαγωνισμού σε δύο ηλικιακά επίπεδα (9-13 και 14-18), ώστε να εξυπηρετείται ο στόχος αλλά και τα αναγκαία κίνητρα για να κεντρίσουν το ενδιαφέρον σε μαθητές και εκπαιδευτικούς. Ο διαγωνισμός προκηρύσσεται το Σεπτέμβρη του 2013 με την πρώτη φάση σε "on-line" συμμετοχή μέχρι 7 Φεβρουαρίου 2014 και μετά την αξιολόγηση θα δημιουργηθεί ο κατάλογος των φιναλίστ οι οποίοι θα προσκληθούν στο ζωντανό τελικό στο πλαίσιο του EUROMATH 2014.

Στη διαδικασία θα αξιολογηθεί η εμπλοκή και δραστηριότητα των μαθητών στην προετοιμασία της συμμετοχής τους καθώς και ο ρόλος και εντυπώσεις με σχόλια για τα εγχειρίδια οδηγούς από τους εκπαιδευτικούς που υποστήριξαν τους μαθητές.

Αξιολόγηση θα πραγματοποιηθεί και για το ζωντανό τελικό και όλα τα αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν για να βελτιωθούν τα εγχειρίδια οδηγού για τις δύο μεθόδους και για την προετοιμασία της επόμενης προκήρυξης των διαγωνισμών ώστε να εξασφαλιστεί η αιεφόρα ανάπτυξη των παραδοτέων του έργου καθώς και η αποτελεσματική εκμετάλλευσή τους.

Μέρος της αιεφορίας του έργου αποτελεί επίσης η δημιουργία πενήνήμερου επιμορφωτικού προγράμματος για εκπαιδευτικούς το οποίο θα

προσφέρεται ως σεμινάριο τύπου Comenius ή Grundtvig και θα εγγραφεί στην σχετική πλατφόρμα του "Europa Course Base".

\* Συντονιστικό ίδρυμα του έργου είναι η Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία-Cyprus Mathematical Society(CY-Gr. Makrides, A. Philippou, C. Papayiannis) μαζί με 12 συνεργάτες από την Κύπρο, Ελλάδα, Βουλγαρία, Ρουμανία, Αυστρία, Σουηδία, Γαλλία, Ισπανία, Τσεχία, Βέλγιο και Ουγγαρία. Οι συνεργαζόμενοι φορείς είναι Thales Foundation of Cyprus(CY-A. Skotinos, P. Kenderov, E. Christou), Charles University in Prague-Faculty of Education(CZ-J. Novotna, A. Jancarik, K. Jancarikova ), Loidl-Art (AT-H. Loidl), VUZF University(BG-S. Grozdev), "CALISTRAT HOGAS" National College Piatra-Neamt (RO-N. Circu, L-M Filimon), Lyckeskolan (SE-M. Manfjard Lydell), LEOLAB (ES-M. Munoz), Junior Mathematical Society Miskolc(HU-P. Kortesi), European Office of Cyprus(BE-CY-R. Strevinioti), Collège Saint Charles(FR-K. Treguer, E. Gueguen), National Technical University of Athens, Institute of Communication and Computer Systems(GR-K. Karpouzis), Com2go Ltd(CY-G. Economides, N. Nirou).

## ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΕΝΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ Η ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΚΑΡΚΙΝΙΚΩΝ ΟΓΚΩΝ.

**Μάρκου Ελένη**  
MSc. Μαθηματικός, Ε.Α.Π.  
E-mail address: elenmarkou@gmail.com

**Χατζηνικολάου Μαρία**  
Αναπληρώτρια καθηγήτρια Ε.Α.Π.  
E-mail address: hadjinicolaou@cap.gr

### Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται η μελέτη ευστάθειας ενός γραμμικού συστήματος  $3 \times 3$  με σταθερούς συντελεστές. Το πρόβλημα αυτό, ανάγεται στη διερεύνηση ριζών μίας τριτοβάθμιας πολυωνυμικής εξίσωσης με πραγματικούς συντελεστές, στην ειδική περίπτωση που ο σταθερός όρος της είναι αρνητικός. Επίσης αναζητούνται συνθήκες, ώστε οι λύσεις της να είναι πραγματικοί αριθμοί. Το πρόβλημα αυτό περιγράφει μαθηματικά μια ειδική περίπτωση της δυναμικής συμπεριφοράς ενός καρκινικού όγκου που βρίσκεται στην αγγειακή φάση ανάπτυξης.

### Abstract

Motivated by the study of a tumour growth, we present in this paper, a stability analysis of a  $3 \times 3$  linear system with constant coefficients. This problem deals with the investigation of the type of the roots of a cubic polynomial equation, where the coefficients are real numbers, in the special case where the constant term gets negative value. Moreover, we look for the necessary conditions that have to be satisfied, in order the obtained solutions to be real numbers as well, and thus being biological meaningful. This problem describes the dynamic behavior of a vascular tumor growth